Приложение

Формален анализ на оптималните стимули

I. Оптимална комисиона

Тук формализирано извличаме резултата, че фирмата максимизира печалбите, като плаща комисиона, равна на 100% от нетните приходи, ако служителят не изпитва отвращение от риска. Това представлява по-строго представяне на общата идея за продаването на работата на служителя.

Проблемът е разделен на две части. Първо, анализира се оптималното поведение на работника. След това се извлича оптималната комисиона на фирмата, вземайки предвид поведението на работника. Да приемем за простота, че *e* се скалира така, че 1 единица *e* създава 1 долар диференциална печалба за фирмата, следователно Q = e. Мярката за изпълнението на фирмата е оценка на усилието с грешка на измерването *e*, приемайки, че средната е нула, а стандартното отклонение е y_e. Следователно тъй като заплащането = a + b . PM = a + b (e + e), вариацията в заплащането е равна на $b^2 \cdot \sigma_\varepsilon^2$. Работникът избира усилия, за да максимизира ползата:

$$\max_e a + b \cdot e - C(e) - 1/2 \cdot R \cdot \sigma^2_{заплащане} \cdot$$

Ако служителят е неутрален по отношение на риска, R = 0. Следователно оптимумът е където C'(e) = b. Това е доставянето на усилия от работника; то ни казва колко откликващо е усилието спрямо промяната в производството на единица продукт. То просто казва, че работникът определя пределния разход на усилието, равно на *b*, което е пределната възвращаемост от усилието.

Фирмата избира *a* и *b*, но има две ограничения. Първо, изборът на *b* влияе върху избора на работника *e*, точно така, както беше току-що извлечено. Второ, какъвто и да е изборът на работника на *e,* обозначен с e^*, фирмата трябва да гарантира, че общото заплащане надвишава $C(e^*)$, или работникът няма да приеме работата. Това означава, че:

$$\textit{Заплащане} = a + b \cdot e^* = C(e^*).$$

Фирмата максимизира нетните приходи минус заплащането на работника. Нетният приход е равен на *e*, така че целта на фирмата е да максимизира $e^* - a - b \cdot e^*$. Решавайки предишното уравнение и заествайки този израз, получаваме опростения проблем на максимизирането за фирмата:

$$\max_b \; e^* - C(e^*),$$

при положение че $C'(e^*) = b$. На този етап забележете две неща. Първо, основното заплащане *a* не отразява избора на e^* от работника, така че не е част от този израз. Второ, този израз е *нетният излишък*, създаден от фирмата и служителя: това е нетната печалба минус допълнителните разходи за служителя. На практика най-добрата политика за фирмата е тази, която максимизира *общата икономическа стойност*. Това е формална илюстрация на една от темите на този текст (вж. в Обобщението). Основната заплата *a* служи да раздели тази стойност между работника и фирмата. Първото условие за фирмата е:

$$\left(1 - C'(e)\right) \cdot \frac{de}{db} = 0,$$

така че *b* трябва да се избере по начин, по който $C'(e^*) = 1$. Тъй като от горното знаем, че $C'(e^*) = b$, това означава, че оптималното $b^* = 1$, което дава 100% нетни приходи за служителя. И накрая e^* се определя, след като знаем, че $b^* = 1$. Фирмата след това определя a^* така, че работникът е просто безразличен между тази работа и следващата най-добра алтернатива:

$$a^* + e^* = C(e^*).$$

Би трябвало да ви е лесно да видите, че служителят избира същото ниво на усилия, сякаш той е собственик на фирмата. Когато няма отвращение от риска, в този модел няма конфликт на интереси.

В примера с търговеца на компютри от таблица 10.1, $C(e) = 2 \cdot e^2$. Като проверка, опитайте се да докажете за себе си, че в този случай $b^? = 1$, $e^? = 1/4$, а a^*=-1/8. (*Забележете*: тук използваме диференциално смятане. Третата колона на таблица 10.1 е *приближение* ΔC, а не производната версия, използвана по-долу.)

II. Отвращение от риска

Да предположим, че $R > 0$, така че служителят се отвращава от риска. Тогава стойността за работника на работата е равна на $a + b \cdot e$? $C(e) - 1/2 \cdot R \cdot b^2 \cdot \sigma_{\varepsilon}^{2}$. Това *не* променя оптималното ниво на работника на e^*, тъй като премията за риска не варира с *e*.

Това, което се променя, е оптимизацията на фирмата. Сега тя трябва да компенсира служителя за усилието и риска, а рискът зависи от нивото на *b*. Фирмата трябва да определи заплащането, най-малкото за да:

$$\text{Заплащане} = a + b \cdot e^* = C(e^*) + 1/2 \cdot R \cdot b^2 \cdot \sigma_e^2.$$

Тогава проблемът за оптимизацията на фирмата става:

$$\max_b e^* - C(e^*) - {}^1\!/_2 \cdot R \cdot b^2 \cdot \sigma_\varepsilon^2.$$

Първото условие за тази фирма сега е:

$$\left(1 - C'(e^*)\right) \cdot \frac{de^*}{db} - R \cdot b \cdot \sigma_\varepsilon^2 = 0.$$

От първото условие за служителя $C' = b$ и $de^*/db = 1/C''$. Следователно извличаме:

$$b^* = 1\Big/\left(1 + R \cdot \sigma_\varepsilon^2 \cdot C''\right).$$

От това следват няколко неща. Първо, колкото по-ниска е комисионата, толкова повече служителят се отвращава от риска. Причината е, че по-силните стимули (по-голямо b) означават по-голям риск – допълнителна цена на стимулите, която фирмата трябва да балансира на фона на ползите. Второ, колкото по-бързо допълнителното усилие става обременително (колкото по-голямо е C“), толкова по-ниска е комисионата, тъй като мотивирането на допълнителното усилие е все по-скъпо. И накрая и също толкова важно: тъй като интензивността на стимула е по-ниска, усилието $e^?$, осигурявано от служителя, ще е по-малко.

III. Ефекти на зъбчатото колело

Сега ще покажем, че ефектът на зъбчатото колело, който възниква, когато фирмата превръща целта за следващата година във функция на изпълнението през тази, може да се компенсира чрез подходяща многопериодна стимулна схема[5]. За простота да се върнем към рисково неутралния случай R = 0. Подобни заключения важат, ако служителят бяга от риска.

Проблемът може да се анализира в модел с два периода. Фирмата се ангажира да плаща определена комисиона през период 1, но работникът приема, че независимо от обещанията тя ще се възползва в максимална степен през следващия период. (С други думи, приемаме, че в този случай не съществуват ефективни средства за имплицитно договаряне.)

Фирмата може да се възползва от работника само до степента, до която той е в състояние да печели поне толкова в тази компания, колкото на друго място.

Както по-рано, нека продуктът $Q_t = e_t$ във всеки период t = 1, 2. Работникът има безполезност на усилията $C(e_t)$ във всеки период. Цената на усилието на работника е неизвестна на фирмата предварително, но изборът му на усилие в период 1 дава информация, въз основа на която се определя компенсационната схема в период 2.

Тъй като период 2 е последният, стимулната схема, която фирмата избира, е идентична на тази за задачата с един период, решена по-рано. С други думи, тя определя $b_2 = 1$ и дефинира a_2, така че:

$$a_2 + e_2 - \tilde{C}(e_2) = 0,$$

където пишем , за да отразим факта, че фирмата разглежда C като случайна и формира оценка на C въз основа на усилията от период 1. Именно този ефект мотивира работника да си пести усилията в период 1: по-усилената работа през период 1 носи по-високо заплащане през този период, но и намалява a_2 през период 2.

Как се държи работникът през период 1! Той знае, че фирмата ще основе оценката си на C на продукта през период 1 и този по-голям продукт през период 1 ще я накара да заключи, че работата е относително лесна (ниски разходи):

$$\frac{\partial \hat{C}(e_2)}{\partial e_1} < 0.$$

В период 2 фирмата избира a_2, така че $a_2 = \ - e_2$. Следователно

$$\frac{\partial a_2}{\partial e_1} < 0,$$

тъй като C намалява при e_1. Проблемът за максимизирането на работника през период 2 е:

$$\max_{e_2} a_2 + e_2 - \tilde{C}(e_2),$$

така че работникът определя =1. Точно това иска фирмата, тъй като то максимизира печалбите от период 2. Проблемът възниква през период 1, тъй като работникът намалява усилията, знаейки, че усърдната работа намалява заплащането през период 2. Проблемът с максимизирането за работника през период 1 е:

$$\max_{e_1} a_1 + b_1 e_1 - \tilde{C}(e_1) + a_2(e_1) + b_2 e_2 - \tilde{C}(e_2),$$

стига =1. Първото условие е:

$$\tilde{C}'(e_1) = b_1 + \frac{\partial a_2}{\partial e_1} < b_1.$$

Вторият член след знака за равенство е ефектът на зъбното колело. Усилието е по-слабо през период 1 заради имплицитното наказание, което налага: по-ниското заплащане през период 2.

За да максимизира печалбите, фирмата трябва да накара работника да се държи ефикасно и през период 1 (това вече става в период 2), с други думи, да го накара да определи =1 и =1. За да накараме работника да определи =1, трябва:

$$b_1 + \frac{\partial a_2}{\partial e_1} = 1, \qquad \textit{така че} \qquad b_1 = 1 - \frac{\partial a_2}{\partial e_1} > 1.$$

Следователно фирмата трябва да свръхзаплаща изпълнението през период 1, за да предизвика ефикасни усилия през него. Това преобръща загубата на стимули, които работникът има от намалената основна заплата през период 2, внушена от по-доброто изпълнение през период 1. Следователно комисионата пада в течение на времето.

И накрая фирмата трябва да определи a_1 достатъчно високо, за да привлича работници. Те са привлечени към фирмата, ако:

$$a_1 + b_1 e_1 - \tilde{C}(e_1) + a_2 + b_2 e_2 - \tilde{C}(e_2) \geq 0,$$

ако $a_2 = -e_2$. В този модел работниците се различават по цената на усилията. Колкото по-високо е a_1, толкова повече работниците (от типа с по-ниски разходи за усилията, което е аналитично еквивалентно на по-големи способности) са привлечени към фирмата.